**《数值代数》第五次上机作业 实验报告**

匡亚明学院 211240021 田铭扬

**摘要**

笔者使用C++语言（利用OpenBLAS和lapacke库）编程，对使用Newton法求解非线性方程(组)的零点的问题，进行了初步的探索。

**正文**

**前言**

实际生活是复杂的，在应用中遇到的问题往往并非线性。在非线性方程（组）的零点（或不动点）问题的求解中，Newton法是十分经典且行之有效的一类方法，不少更“高级”的算法都是从Newton法衍生而来的。

本次数值实验的目的， 即是对这一经典方法进行一定的实践探索。

**问题**

用真实误差作为停机标准，用户指标设定为 ε = 10−6。

**·第1题** 用Newton方法，计算多项式的最大实根。绘制误差曲线，计算其数值收敛阶。

**·第2题** 已知是的重根。采用Newton方法求解，观察其误差曲线和数值收敛阶。修改算法，改善收敛阶，并给出相应实验数据。

**·第3题** 用割线法，计算前两题的问题；比较其与切线法的区别（例如收敛阶和 CPU 时间），并给出相应的数值观察。

**·第4题(上)** 考虑非线性方程组 （不进行任何手工化简）。取初始位置(−0.15, 1.4)，观察Newton方法的误差曲线和迭代次数；尝试其它初始位置，看看其具体情况是什么？

**·第7题** 设，其特征值问题可陈述为。阶数取n=5和n=8，任取单位向量x0，令λ0 = x0⊤Tnx0，执行Newton方法，观察其数值结果同幂法有何区别，并给出相应的解释。

**数学推导与程序设计**

Newton算法在讲义[1]或教材[2]中较详细的实现流程，故在此不再讨论。题目要求以停机准则为实际误差，但其表现并不理想。因此前三题均改为与讲义一致：同时使用迭代点的相邻误差和函数值的实际误差作为停机准则。

此外，经过简单的数学推导可得以下结论：1.第1题的方程有单根x = -3和二重根x = 2；2.第2题的方程有五重根x = 0；3.第4题的方程组的Fréchet微分为，且其有单根 (x, y) = (0, 1)；4.第7题的方程组的Fréchet微分为。以上结果会在程序编写中用到。

**实验环境**

部分代码使用C++编写。在虚拟机软件VMWare 17中运行deepin 20.9操作系统，设置8GB内存和8个CPU核心，开启Intel VT-x/EPT和IOMMU选项。使用了OpenBLAS、lapacke等数值代数库，对向量—向量与矩阵—向量运算进行并行加速。使用GCC 8.3.0-1编译器，未开启优化选项。

**实验结果分析**

**第一题**

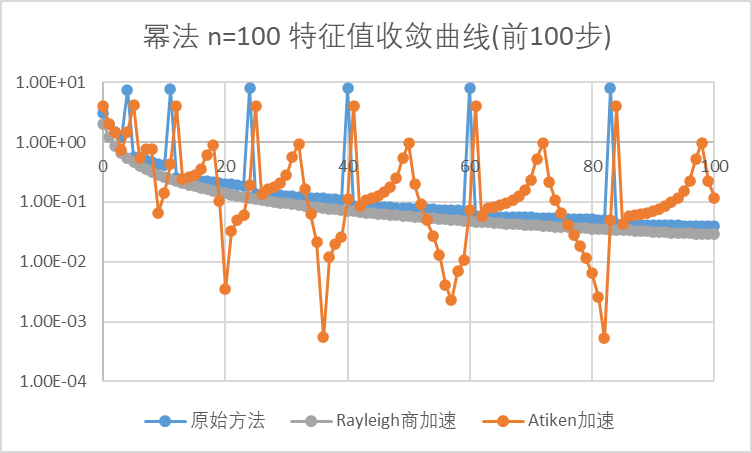
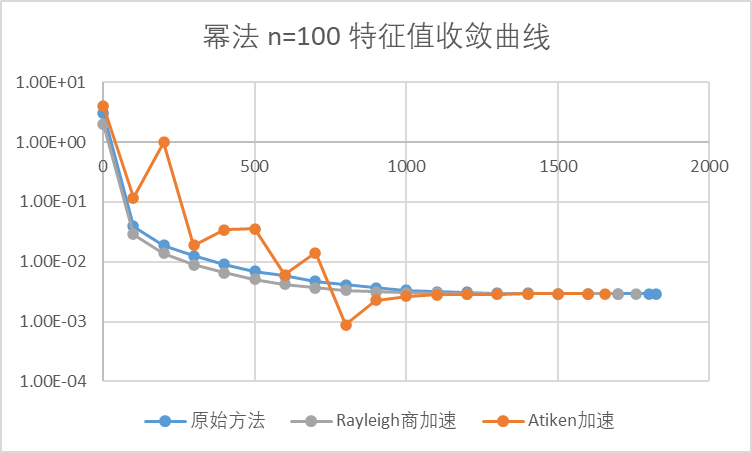
****

图1-4：幂法收敛曲线

如图，这是取初始向量v0 = (1, 1, 1, . . . , 1)T时幂法及其两种加速方法的收敛表现（每100步输出一次结果）。算法表现与理论不尽相同。

**结语**

这是本学期的最后一次数值实验。在实验中，笔者简要地探索了Newton方法等的实际表现，为以后的计算、优化相关课程的学习埋下了伏笔。

**实验代码**

由于篇幅限制，代码及原始数据不在实验报告中列出，可以在笔者github仓库中查看。网址为：<https://github.com/lk758tmy/NA2-Codes>。

**参考文献**

[1] 《数值代数》讲义. 张强

[2] 数值计算方法-下册. 林成森. 科学出版社. 2005-1第二版